

9. Fényhullámhossz és diszperzió mérése

PÁPICS PÉTER ISTVÁN

csillagász, 3. évfolyam

2005.12.08.
Beadva: 2005.12.12.

1 AZ ABLAKTÓL TÁVOLABBI MÉRŐHELYEN MÉRTEM. A műszerek feszültség alá helyezése után először a goniométer tárgyasztalát állítottam vízszintesre, majd a Hg-Cd lámpa bekapcsolása után a rácsot a forrásra merőleges helyzetben rögzítettem. Ez után a távcsövet a középső, elhajlást nem szenvedő csíkra állítottam, és a skálát a 0 pontra állítottam.

A rács 8000 vonal/inch-es, azaz (1 inch = 0,0254 m) 314960,6299 vonal/m-es, melyből a rácsállandó ennek a reciproka, azaz $d = 3,175 \cdot 10^{-6} m$

Mindkét oldalon kimértem az első rendű elhajlási színek fényesebb emissziós vonalait, valamint egy esetben a második rend ugyanazon vonalát is. A kétoldali értékek átlagából a $\lambda = \frac{d}{k} \sin \alpha$ képlet alapján (ahol k az a rend száma, valamint d a rácsállandó) számoltam a vonalak hullámhosszát. Lássuk mért adatokat (az α_{jobb} -nál már a 360° -ból kivont érték szerepel) és a számított eredményeket összefoglaló táblázatot (a leolvasási hiba $\pm 0,1''$ – a hullámhossz hibáját lásd később):

<i>szín</i>	<i>α_{bal}</i>	<i>α_{jobb}</i>	<i>$\alpha_{\text{átlag}}$</i>	<i>λ (nm)</i>
ibolya	7° 54' 54"	7° 52' 08"	7° 53' 31"	435,9
mélykék	8° 30' 00"	8° 27' 54"	8° 28' 57"	468,3
türkizkék	8° 43' 18"	8° 40' 34"	8° 41' 56"	480,2
zöld	9° 14' 48"	9° 12' 04"	9° 13' 26"	508,9
sárgászöld	9° 56' 08"	9° 53' 40"	9° 54' 54"	546,7
sárga I.	10° 30' 12"	10° 27' 28"	10° 28' 50"	577,6
sárga II.	10° 33' 02"	10° 30' 00"	10° 31' 31"	580,0
piros	11° 44' 26"	11° 40' 36"	11° 42' 31"	644,3

És a második rendben egy vonalra (hibahatáron belül egyezik a kapott hullámhossz):

sárga I.	21° 25' 48"	21° 15' 16"	21° 20' 32"	577,8
----------	-------------	-------------	-------------	--------------

A sárga I. vonalat (mely a *kontraszthatás miatt kicsit narancsosnak* tűnt, így a sárga II-es is) többször is beállítottam (a mérés alatti pontosságnál kicsit durvábban), ebből kapható a szögmérés hibája a goniométeren (hiszen a jobb és baloldali leolvasások kiátlagolásával a skálabeállítás vagy a merőleges hibája már kiesett).

<i>szín</i>	<i>α_{bal}</i>	<i>$\alpha - \alpha_{\text{átlag}}$ (")</i>
sárga I.:	10° 30' 12"	0,8
	10° 30' 06"	-5,2
	10° 30' 17"	5,8
	10° 30' 01"	-10,2
	10° 30' 20"	8,8
átl.:	10° 30' 11,2"	

A legnagyobb eltérés $\Delta\alpha = 10,2''$ (0,00004945 RAD), ami 0,157 nm-nek felel meg – tekinthetjük ezt ($\Delta\alpha$) a mérés abszolút hibájának. Ennél azonban jóval nagyobb a hullámhossz mérési hibája, mely a következő számításból adódik.

$$\Delta\lambda = \frac{d}{k} \cos \alpha \cdot \Delta\alpha$$

Ezzel számolva a hibák:

<i>szín</i>	<i>$\Delta\lambda$ (nm)</i>
ibolya	8,9105
mélykék	8,8972
türkizkék	8,8922
zöld	8,8793
sárgászöld	8,8613
sárga I.	8,8456
sárga II.	8,8443
piros	8,8085

sárga I.	4,1894
----------	--------

Ezekből a legnagyobbat veszem a hullámhossz hibájának, azaz $\Delta\lambda = \pm 9 \text{ nm}$ illetve a második rendben $\Delta\lambda = \pm 4 \text{ nm}$. *Megjegyezném azonban, hogy a mérési adatokból pontosan (a táblázatban elhagyott tizedesekre gondolok) számolt hullámhosszaknak a mellékletben csatolt elméleti hullámhosszaktól a legnagyobb eltérése is csupán 1,2 nm, míg az eltérések átlaga 0,6 nm, azaz a mérés valódi hibája a számított hibánál közel egy nagyságrenddel kisebb!* Ennek megfelelően tájékoztatásul még egy tizedes jegyet feltüntetek a táblázatban, de jelzem, hogy ez már az elméleti hibaszámítás szerint nem lenne megengedett.

A rács sűrűsége 314960,6299 vonal/m, így egy 4 cm = 0,04 m-es nyaláb $N=12598$ db. rést érint. Ebből a felbontóképesség valamint a legkisebb megkülönböztethető hullámhosszeltérés is számolható:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN \quad \text{valamint} \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{kN}$$

Így a felbontóképesség, és $\lambda = 580 \text{ nm}$ -en (sárga fény – függvénytáblázatból) a legkisebb megkülönböztethető hullámhosszkülönbség (nm-ben):

<i>Rend</i>	<i>$\lambda/\Delta\lambda$</i>	<i>$\Delta\lambda_{580\text{nm}}$</i>
1.	12598	0,0460
2.	25196	0,0230
3.	37794	0,0153

2 PRIZMA. Először is kiválasztottam a 2-es prizma „••” jelölésű élét, és ezzel a forrás felé a tárgyasztalra helyeztem. Ezután véletlenül elállítottam a skála 0 pontját, így mielőtt elkezdtem volna a mérést, levettem a prizmat és az újból merőlegesen állított rács segítségével újra beállítottam a nullpontot.

Megmértem a prizma törőszögét, mely a mérési eredményekből a következő képletből adódik (bal és jobboldali törőalapokról visszavert fénynyalábok szögei):

$$\varphi = \frac{\alpha_{bal} + |360^\circ - \alpha_{jobb}|}{2}$$

A mérési eredmények és a számolt törőszög:

α_{bal}	α_{jobb}	Törőszög
57° 45' 00"	297° 40' 24"	60° 02' 18"
57° 39' 10"	279° 34' 10"	60° 02' 30"

Így a törőszög a két mérés átlagából $\varphi = 60^\circ 02' 24''$ (1,047895683 RAD)

A törésmutató kiszámolásához a prizmat a lemért élével a fényútba helyezve megmértem a színekpi vonalakra a minimális eltérítési szögeket (itt egy az ibolya előtti vonal is jól megfigyelhető volt {valószínűleg 404,66 nm-nél – lásd a mellékletben az elméleti vonalagnál}, összességében a vonalak intenzívebbek is voltak, lévén itt nem oszlik szét az intenzitás több rendre – megj.: a fő vonalakon kívül itt számos kisebb intenzitású vonalat is könnyedén láttam):

ε_{min}	ε (RAD)	a (RAD)	$\Delta n/n$ (RAD)	$\Delta n/n$	n	Δn
39° 58' 58"	0,697831116	0,872863	0,00005811	0,00332942	1,5314	0,0050987
39° 39' 50"	0,692265455	0,870081	0,00005830	0,00334012	1,5278	0,0051032
39° 23' 52"	0,68762094	0,867758	0,00005845	0,00334908	1,5248	0,0051068
39° 18' 30"	0,68605984	0,866978	0,00005851	0,00335210	1,5238	0,0051080
39° 08' 10"	0,683053995	0,865475	0,00005861	0,00335792	1,5219	0,0051104
38° 56' 40"	0,67970878	0,863802	0,00005872	0,00336442	1,5197	0,0051130
38° 48' 58"	0,677468941	0,862682	0,00005880	0,00336879	1,5183	0,0051147
38° 48' 24"	0,677304105	0,862600	0,00005880	0,00336911	1,5182	0,0051148
38° 35' 24"	0,673522558	0,860709	0,00005893	0,00337649	1,5157	0,0051177

Bevezetve a következő összefüggéseket, a hibák és a relatív hibák számolhatók (legyen $\Delta\varphi$ a törőszög mérésének hibája, mely legyen a két mérés eltérése a törőszög átlagától, így $\Delta\varphi = 6''$ és legyen $\Delta\varepsilon_{min}$ pedig a minimális eltérítési szög mérésének hibája, melynek vehető az előző mérésnél számolt $\Delta\alpha = 10,2'' = \Delta\varepsilon_{min}$ (az egész rendszert nulláról újra beállítva ugyanarra a vonalra ennél nagyobb, 1' 54"-es eltérést kaptam, de a már beállított rendszeren belül a mérési pontosságnak sokkal jobban megfelel a 10,2'', mint ez az érték, így inkább a kisebb hibát használom (ha esetleg irreálisan kis hibát kapnék, kiszámolom a nagyobb értékre is):

$$a = \frac{\varphi + \varepsilon_{\min}}{2} \quad \text{és} \quad b = \frac{\varphi}{2} = 0,523947841$$

$$\Delta a = \frac{1}{2} (\Delta\varphi + \Delta\varepsilon_{\min}) = 3,926990817 \cdot 10^{-5} \text{ RAD}$$

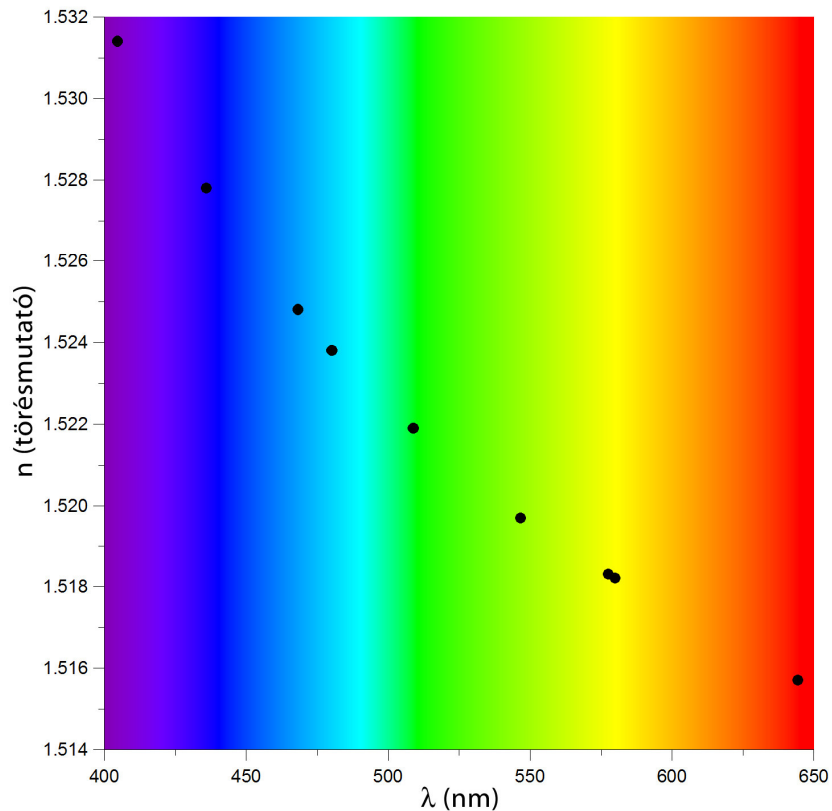
$$\Delta b = \frac{1}{2} \Delta\varphi = 1,454441043 \cdot 10^{-5} \text{ RAD}$$

Ebből számolható a törésmutató relatív hibája:

$$\frac{\Delta n}{n} = ctga \cdot \Delta a + ctgb \cdot \Delta b$$

Végül a törésmutató hibája $\Delta n = \pm 0,005$ ami nem irreálisan kicsi, így nem kell a nagyobb hibára végigszámolni, mert az adna irreálisan nagy értéket. Így a törésmutatók és a diszperziós görbe (a mögé illesztett spektrum közelítőleg visszaadja a prizmán keresztül látott színeket, azonban a kék tartományban a résen látott színek kissé eltértek):

λ (nm)	404,7	435,9	468,3	480,2	508,9	546,7	577,6	580,0	644,3
n	1,531	1,528	1,525	1,524	1,522	1,520	1,518	1,518	1,516



MELLÉKLET:

The following wavelengths which have been determined in air are taken from: "Wavelengths and Transition Probabilities for Atoms and Atomic Ions" from Joseph Reader and Charles H. Corlies

$\lambda_{Cd} / \text{Å}$	$\lambda_{Hg} / \text{Å}$	rel. Int.	$\lambda_{Cd} / \text{Å}$	$\lambda_{Hg} / \text{Å}$	rel. Int.	$\lambda_{Cd} / \text{Å}$	$\lambda_{Hg} / \text{Å}$	rel. Int.
	3021,50	300	3704,17		35		5290,74	20
	3023,47	12 0		3801,66	30		5316,78	5
	3025,61	30		3901,87	20		5354,05	60
	3027,49	50		3906,37	60		5384,63	30
3080,822		150	3981,926		10		5460,74	1100
3082,593		30		4046,56	1800		5549,63	30
	3125067	400		4077,83	150		5675,86	160
	3131,55	320		4108,05	40		5769,60	240
	3131,84	320	4306,672		8		5789,66	100
3133,167		200		4339,22	250		5790,66	280
3252,524		300		4347,49	400		5803,78	140
3261,055		300		4358,33	4000		5859,25	60
	3341,48	80	4412,989		3		5871,98	20
3403,652		800	4662,352		8		6072,72	20
3466,200		1000	4678,149		200	6099,142		300
3467,655		800	4799,912		300	6111,490		100
3499,952		25		4883,00	5		6234,40	30
3610,508		1000		4889,91	5	6325,166		100
3612,873		800		4916,07	80	6330,013		30
3614,453		60		4970,37	5	6438,470		2000
3649,558		20		4980,64	5		6716,43	160
	3650,15	2800	5085,822		1000	6778,116		30
	3654,84	300		5102,70	20		6907,52	250
	3662,88	80		5120,64	40		7081,90	250
	3663,28	240		5137,94	20		7091,86	200
	3701,44	30	5154,660		6		7728,82	20